***Scritti da Gabriel: avendo io seguito ogni singola lezione in presenza e postato gli scan delle correzioni dei suoi magici “esercizi”, si cerca di fornire una sintesi logica di argomenti utili ed esercizi stessi.***

**Cose preferite del prof:**

* **la lettera Ω**
* ***indipendenza degli eventi***
* ***Poisson in tutte le salse***
* ***discreto in tutte le salse***
* ***valor medio/varianza***
* ***Markov/Chebyshev***
* ***ansatz***

**Teoria (sintesi delle cose utili di tutte le lezioni e citando le cose utili per gli esercizi):**

Il prof. tira spesso in ballo nelle sue non dimostrazioni dei suoi papiri di esercizio l’indipendenza degli eventi:

Immagine che contiene testo

Descrizione generata automaticamente

A tale scopo ricordiamo l’evento, lo spazio campionario e le cose utili:

Immagine che contiene testo

Descrizione generata automaticamente

Il prof parla di due cose mai realmente comprensibili:

* Immagine che contiene testo

  Descrizione generata automaticamente*spazio degli eventi*, definito come Ω e spazio complementare definito come ~Ω
* *famiglia degli eventi*, cioè tutto ciò che succede, definito come *σ-algebra*

Più utile invece nel calcolo di eventi discreti, la *formula delle prob. totali*, che il prof usa spesso senza mai averla nominata, sia mai che possa essere utile a comprenderlo (banale, ma utile nelle serie di eventi).

Cosa che usa solo il prof: misura di Dirac, comunemente chiamata funzione indicatrice.

Utilizzata per dire *che nel caso discreto la somma delle probabilità converge ad 1.*

*Immagine che contiene testo

Descrizione generata automaticamente*

A tale scopo approfondiamo enunciando un’altra cosa usata solo da Fischer:

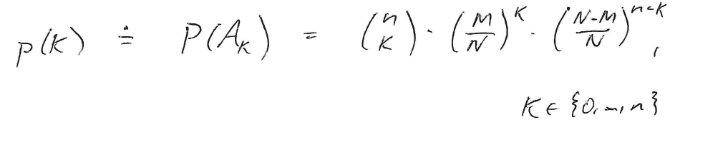
la *distribuzione uniforme discreta*, usata in qualche suo esercizio. Viene abbreviata come *Unif*, simile a quella uniforme nel caso continuo. Ambiguo ma è perché la scrive solo l’uomo così.

Immagine che contiene testo

Descrizione generata automaticamente

*Modello di estrazioni con/senza reinserimento* (logicamente dovrebbe servire a far comprendere la binomiale, certo non con il prof dove la logica è inesistente)

Prima il caso *con reinserimento*:



Poi il caso *senza reinserimento*, chiamata anche *distribuzione ipergeometrica:*

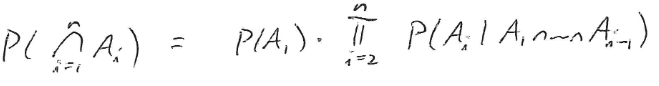
*Immagine che contiene testo

Descrizione generata automaticamente*

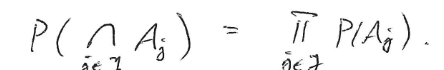
Il nostro uomo la usa poco, quasi mai; tuttavia bene citare la *probabilità condizionata*:



Siccome non si capisce bene, l’intersezione degli eventi corrisponde a prodotto, per l’indipendenza. Utile nel caso di calcolo concreto. L’unica proprietà utile negli esercizi del nostro è la seguente, espressione sotto forma di produttoria. Utile perché anche la lezione apposita non dice niente se non introdurre che una *famiglia*/insieme di eventi è indipendente se appunto esprimibile come produttoria. Generalmente:



e più in generale:



Usata in qualche remoto caso di esempio si ha anche la *formula di Bayes*, utile per capire detto in tre parole “le concause che portano alla realizzazione di un certo evento”, considerando tutti i casi in cui può accadere o meno.

Immagine che contiene testo

Descrizione generata automaticamente

A tale scopo, il prof. fa un esempio chiamato “test clinico” nella lezione di riferimento.

Cito solo la formula estesa per il calcolo e non il calcolo in sé in quanto inutile da ogni punto di vista.

Immagine che contiene testo

Descrizione generata automaticamente

Partendo dal modello delle *prove ripetute ed indipendenti*, conosciuto in tutto il mondo tranne a lui come *schema di Bernoulli*, viene fatto un confuso ma primo accenno alle distribuzioni binomiali, bernoulliane e il magico Poisson, la cosa preferita del prof assieme all’indipendenza.

A livello concreto si determina il successo come “p” e l’insuccesso come “q=1-p”.

Lo so, si chiama *Bernoulli* questa. Avendo poi una serie di eventi indipendenti ed equiprobabili si ha:

* la probabilità che nessuna prova abbia successo

Immagine che contiene testo

Descrizione generata automaticamente

* la probabilità che almeno una prova abbia successo:

Immagine che contiene testo

Descrizione generata automaticamente

* la probabilità che il primo successo avvenga alla prova l-esima:

Immagine che contiene testo

Descrizione generata automaticamente

* la probabilità che esattamente k delle n prove abbiano successo:

Immagine che contiene testo

Descrizione generata automaticamente

Immagine che contiene testo

Descrizione generata automaticamenteconosciuta meglio come: Si può quindi notare che questa pagina riporti da parte del prof, la *geometrica* e la *binomiale*, date senza costrutto e in forma lista della spesa.

Per noi persone di buon senso, meglio strutturarle con logica.

Immagine che contiene testo

Descrizione generata automaticamente

Immagine che contiene testo

Descrizione generata automaticamente

Immagine che contiene testo

Descrizione generata automaticamente

Nota importante: il prof. descrive un concetto noto come *legge dei piccoli numeri* che in pratica stima la grandezza e probabilità di eventi che, dato il valore piccolo di Poisson, descrive l’allontanamento dal valore atteso. Siccome è un concetto non spiegato da nessuna parte, lo cito per evitare di confondere e basta come è capitato a me.

Fun fact: per chiarirmi sta cosa che scrive anche negli esercizi, l’ho scritta io la definizione su Wikipedia delle legge dei piccoli numeri, nell’articolo delle legge dei grandi numeri.

Veniamo a un altro hot topic per il prof: le *variabili aleatorie discrete.*

Qui presenta quelle notevoli, variabile aleatoria costante, indicatrice (o vale 1 o vale 0) e l’espressione sotto forma di serie di eventi indipendenti ed equiprobabili (lo so, lo ha già ripetuto 20 volte finora).

Come si vede, la inserisce sempre, qui in forma utile come:

Immagine che contiene testo

Descrizione generata automaticamente

Il discvorso serie è utile per introdurre la *densità discreta*, che è umanamente questa serie appena presentata che converge ad 1 (cioè serie e si mette uguale ad 1). Auguri a seguire i soli appunti del prof e non comprenderlo tramite fonti esterne sensate.

A livello pratico, poi, si ha come la definisco io “la funzione che permette di ottenere esattamente il valore X”, identificabile nel caso discreto come *distribuzione/legge discreta:*

*Immagine che contiene orologio

Descrizione generata automaticamente*

A scopo utile si consideri che il caso di calcolo discreto è preciso: o vale bianco o vale nero.

Per questo motivo calco e altrettanto fa il prof sul discorso della legge di X. Utile nei suoi papiri di esercizio una roba tipo questa. Thank me later.

Immagine che contiene testo

Descrizione generata automaticamente

Passiamo poi ad esaminare la *distribuzione congiunta* e le *distribuzioni marginali*.

Se non calcolate concretamente, non si capisce la loro banalità. Purtroppo il prof raramente opera con dei numeri, magari utili a capire i concetti, come evidente non scopo di questo corso.

Immagine che contiene testo

Descrizione generata automaticamenteDetta in quattro parole: la congiunta è la somma delle prob. marginali. La prob. marginale è definita come la somma di tutte le probabilità (somma perché siamo nel caso discreto) tale che dia una certa variabile (tipo: marginale su X vuol dire la somma di tutto ciò che da X. La marginale su Y sarà la somma su tutto ciò che dà Y. La congiunta somma tutto).

Si escludono vari esempi inutili a comprendere qualcosa.

Meglio passare direttamente a parlare di uno dei punti focali del nostro uomo: *il valor medio*.

Detta sempre in termini semplici perché a noi piace capire le cose:

è la somma di un valore moltiplicato per la probabilità che appaia quel valore stesso. Il tutto sotto forma di serie.

Significa che andrò a calcolare, tipo per E[X] avrò P[X]\*X, semplicemente.

Metto una rara cosa utile dal prof:

Immagine che contiene testo

Descrizione generata automaticamente

Ultima distribuzione discreta, sempre usata solo dal nostro uomo: la *distribuzione di Rademacher.*

Immagine che contiene testo

Descrizione generata automaticamente

Altre cose importanti nei calcoli: *varianza* e la *covarianza*.



Nota: questa non deve mai essere negativa.



Nota: due eventi sono *scorrelati* se la covarianza è 0.

Altro hot topic numero 1 usata come sempre solo dal nostro uomo: *Markov-Chebyshev*

Prima vediamo la *disuguaglianza di Markov:*

Immagine che contiene testo

Descrizione generata automaticamente

Vediamo poi la *disuguaglianza di Chebyshev*:

Immagine che contiene testo

Descrizione generata automaticamente

Importante appunto usato nel magico esercizio pattern del nostro uomo:



Ci spostiamo nel caso reale, dove definiamo la *funzione di ripartizione*, definita come l’insieme dei valori per cui come funzione risulta un certo valore.

Immagine che contiene insetto

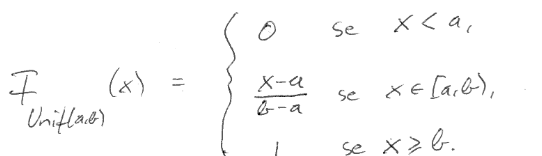
Descrizione generata automaticamente

Visivamente si vede come funzione definita a tratti, definendo anche le condizione utili affinché valga ed esista la funzione di ripartizione (messe perché usate in un esercizio):

Immagine che contiene testo

Descrizione generata automaticamente

A tale scopo introduciamo le distribuzioni reali utili, cominciando dalla *distribuzione uniforme continua*:



Proseguiamo con la *distribuzione esponenziale*, definita come *Exp*:

*Immagine che contiene testo

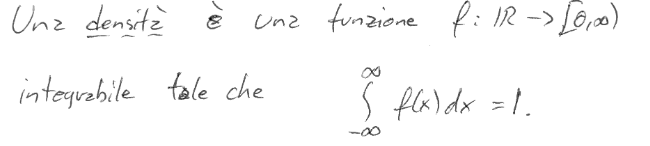
Descrizione generata automaticamente*

Definiamo come la funzione *assolutamente continua*:

Immagine che contiene testo

Descrizione generata automaticamente

Definendo poi come *densità* la cosa seguente, quindi sotto forma di integrale:



Viene poi definita la *distribuzione normale standard*, intuitivamente definita come la distribuzione più utile:

Immagine che contiene testo

Descrizione generata automaticamente

Ecco quindi *valor medio*  e la *varianza* nel caso reale, definito come integrale:

In termini semplici:

* valor medio è integrale di x\*f(x)
* varianza è integrale di x^2\*f(x)

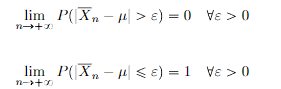
Immagine che contiene testo, orologio, calibro, dispositivo

Descrizione generata automaticamente

Citiamo anche i *teoremi limite* parlando della *legge dei grandi numeri*, dove in pratica di ha il concetto di *media empirica*, descrivendo una equiprobabilità negli eventi delle distribuzioni.



definito come a livello di limite:





Si considera poi *l’approssimazione del limite centrale*, che considera la varianza e la successione di tutti gli eventi come segue (utile perché si usa nelle gaussiane):

**Esercizi**

**Immagine che contiene testo

Descrizione generata automaticamente**